

المدة : ساعة ونصف

لطلاب السنة الثانية رياضيات الفصل الأول

كلية العلوم

الدرجة : (100)

للعام الدراسي 2014 - 2015

قسم الرياضيات

السؤال الأول (40):

- (1) جد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية :
 $\dot{y} - x y^2 + (2x - 1)y = x - 1$ $y_1 = 1$
- (2) جد الحل لمسألة كوشي التالية :

$$x\dot{y} = y + x \sin \frac{y}{x}$$

$$y(1) = \frac{\pi}{2}$$

السؤال الثاني (20) :

جد عامل التكميل للمعادلة التفاضلية التالية ثم جد حلها العام :

$$\left(2xy + x^2y + \frac{1}{3} y^3 \right) dx + (x^2 + y^2) dy = 0$$

السؤال الثالث (20) :

جد الحل العام وسيطيا للمعادلة التفاضلية التالية :

$$\dot{y} \sin \dot{y} + \cos \dot{y} - x = 0$$

السؤال الرابع (20) :

جد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية :

$$1) y\dot{y} - \dot{y}^2 = 0$$

$$2) x\dot{y} + \dot{y} = 2x$$

حمص 2015/2/9م.

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتوفيق

د. ميسون زين الدين

جواب السؤال الأول (40) :

(

$$y' - xy^2 + (2x-1)y = x-1 \quad ; y_1 = 1$$

$$; y_1 = 1$$

$$y' = -\frac{z'}{z^2}$$

$$\leftarrow y = y_1 + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$

هما معادلة رياضية تفرض:

فروہم فی المسادۃ نجد !

$$-\frac{7}{2^2} - x(1 + \frac{1}{2})^2 + (2x - 1)(1 + \frac{1}{2}) = x - 1$$

$$-\frac{z'}{z^2} - x\left(1 + \frac{z}{z} + \frac{1}{z^2}\right) + 2x - 1 + \frac{2x}{z} - \frac{1}{z} = x - 1$$

$$-z' - xz^2 - 2xz - x(1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2}) + 2x - 1 + \frac{1}{z} = 0$$

$$-z' + \cancel{z} = x \Rightarrow \boxed{z' + z = x} \quad (*)$$

معادلات تفاضلية خطية مع الرتبة الأولى : $z' + z = c \Rightarrow \frac{dz}{z} = \int dx$

$$Z' + Z = C \rightarrow \frac{Z'}{Z} = \frac{C}{Z} \rightarrow \frac{Z'}{Z} = \frac{1}{1 - \gamma} \rightarrow$$

$\ln \frac{z}{c} = -x \Rightarrow z = c e^{-x} \Rightarrow z' = c' e^{-x} - c e^{-x} \rightarrow$
 وبالاستعويض في (*) نجد :

$$c'e^{-x} - ce^{-x} + ce^{-x} = -x \rightarrow c' = -x e^x \rightarrow c = -(n-1)$$

$$\Rightarrow z = -(n-1) + C_1 e^{-n}$$

$$y = 1 + \frac{1}{(1-x) + C_1 e^{-x}} = \frac{C_1 e^{-x} - x + 2}{C_1 e^{-x} - x}$$

$$xy' = y + x \sin \frac{y}{x}$$

$$y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$$



$y' = 2 + xz' \Leftrightarrow y = xz \Leftrightarrow \frac{y}{x} = z$ نفرض $z = \frac{y}{x}$
 $z + xz' = 2 + xz' \Rightarrow xz' = \sin z \Rightarrow \int \frac{dz}{\sin z} = \int \frac{dx}{x} \Rightarrow$
 $\ln \left| \tan \frac{z}{2} \right| = \ln |x| + \ln C \Rightarrow \tan \frac{z}{2} = Cx \Rightarrow$
 $z = 2 \arctan Cx \Rightarrow \frac{y}{x} = 2 \arctan Cx \Rightarrow y = 2x \arctan Cx$
 $\Rightarrow f(1) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = 2 \arctan C \Rightarrow C = \tan \frac{\pi}{4} = 1 \Rightarrow$
 $y = 2x \arctan x$

جواب السؤال الثاني (20):

$(2xy + x^2y + \frac{1}{3}y^3)dx + (x^2 + y^2)dy = 0$

$\frac{\partial P}{\partial y} = 2x + x^2 + y^2 \neq \frac{\partial Q}{\partial x} = 2x$ والمعادلة غير متناهية على التكامل

$\frac{d\mu}{dx} = \frac{\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}}{Q} = \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2} = 1 \Rightarrow \mu = e^x$

نضرب طرفي المعادلة لتصبح لها دالة

$e^x(2xy + x^2y + \frac{1}{3}y^3)dx + e^x(x^2 + y^2)dy = 0 \quad (*)$

$F = \int_0^x P(x, y_0) dx + \int_0^y Q(x, y) dy = C$
 $= \int_0^x (0) dx + \int_0^y e^x(x^2 + y^2) dy = e^x \int_0^y y^2 dy + e^x \int_0^y y^2 dy$

$\Rightarrow F = e^x x^2 y + e^x \frac{y^3}{3} = C$

السؤال الثالث (20):

$y' \sin y' + \cos y' - x = 0$

نفرض $y = p$

$x = p \sin p + \cos p$

$dy \cdot p dx = 0$

$dx = d(p \sin p + \cos p) = \sin p dp + p \cos p dp - \sin p dp = p \cos p dp$

$dy = p' \cos p dp \Rightarrow$



حل: باستخدام المتغير p
 $y = \int p^2 \cos p \, dp = (p^2 - 2) \sin p + 2p \cos p + C$
 دالة التمام = مسطوية

10)
$$\begin{cases} x = p \sin p + \cos p \\ y = (p^2 - 2) \sin p + 2p \cos p + C \end{cases}$$

جواب السؤال الرابع (20) 4

1) $yy'' - y'^2 = 0$

معادلة من الرتبة الثانية لا تحتوي على x فنقسم $y'' = p \frac{dp}{dy} \Leftarrow y' = p$

فنقسم ضد: $y p \frac{dp}{dy} = p^2 \Rightarrow y \frac{dp}{dy} = p \Rightarrow \int \frac{1}{p} = \int \frac{dy}{y} \Rightarrow$

$\ln p = \ln cy \Rightarrow |p = cy| \Rightarrow y' = cy \Rightarrow \int \frac{dy}{y} = c \int dx \Rightarrow$

$\ln y = cx \Rightarrow |y = c_1 e^{cx}|$ التمام

2) $xy'' + y' = 2x$

معادلة من الرتبة الثانية لا تحتوي على y فنقسم: $y'' = p' \Leftarrow y' = p$

$x p' + p = 2x \Rightarrow |p' + \frac{1}{x} p = 2|$

معادلة تفاضلية خطية من الرتبة الأولى، نكتب مضروب x على طرفي المعادلة:

$d(xp) = d(x^2 + C_1)$

$xp = x^2 + C_1 \Rightarrow p = x + \frac{C_1}{x} = y' \Rightarrow$

$y = \frac{x^2}{2} + C_1 \ln x + C_2$

نابا بطلت



الاسم: 

الدرجة: (100)

المدة: ساعة ونصف

امتحانات مقرر معادلات تفاضلية (1)

لطلاب السنة الثانية الفصل الدراسي الأول لعام

2015/2014 م.

جامعة البعث

كلية العلوم

قسم الرياضيات

السؤال الأول (20 درجة):

حد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

23
 $xy' - y + y^2 - x^2 = 0$

$y_1 = ax, a > 0$

السؤال الثاني (20 درجة):

حد الحل الخاص للمعادلة التفاضلية التالية:

25
 $(x + y e^{y/x}) dx - x e^{y/x} dy = 0$

المحنة للشروط : $y(1) = 0$

السؤال الثالث (20 درجة):

حد الحل العام وبسطيا للمعادلة التفاضلية التالية:

26
 $y = 3y^4 + \frac{1}{y}$

السؤال الرابع (20 درجة):

حد الحل العام و الحل الخاص للمعادلة التفاضلية التالية:

26
 $x(y^2 + 1) = 2y y'$

السؤال الخامس (20 درجة):

حد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية من الرتبة الثانية:

318
 $y y' + y^2 = y$

سم تصحيح مقدر معادلت تفاضلية (1)
لطلبة السنة الثانية رياضيات
الفصل الدراسي الثاني لعام 1405/1406

د. مكيون زويج الدين
مفتي

لمجابة السؤال الاول (2):

$$xy' - y + y^2 - x^2 = 0 \quad / \quad y_1 = ax$$

نوجد نتيجة a $y_1 = ax$ نعوض في المعادلة.

$$a^2x - ax + a^2x^2 - x^2 = 0 \Rightarrow (a^2 - 1)x^2 = 0$$

$x \neq 0$ فإن $a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$ نأخذ $a = +1$ ذلك

$y_1 = x$ حل خاص للمعادلة نعوض في المعادلة $y = x + \frac{1}{2}$

التحويل التالي: $y' = 1 - \frac{z}{x} \Leftrightarrow y = x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow y = y_1 + \frac{1}{2}$

نعوض في المعادلة نجد: $x(1 - \frac{z}{x}) - (x + \frac{1}{2}) + (x + \frac{1}{2})^2 - x^2 = 0$

$$x - x \frac{z}{x} - x - \frac{1}{2} + x^2 + \frac{2x}{2} + \frac{1}{2^2} - x^2 = 0$$

$$-xz' - z + 2xz + 1 = 0$$

$$-xz' - (1 - 2x)z + 1 = 0$$

$$|z' + (\frac{1}{x} - 2)z = +\frac{1}{x}| \quad (1)$$

$$z' + (\frac{1}{x} - 2)z = 0 \Rightarrow \frac{dz}{z} = \frac{dx}{x} + 2dx \rightarrow$$

$$\ln \frac{z}{c} = -\ln x + 2x \Rightarrow \boxed{z = c x^{-1} e^{2x}} \quad (2)$$

$$z' = c' x^{-1} e^{-2x} + c (\frac{-1}{x^2} e^{-2x}) = c' \frac{e^{-2x}}{x} - c \frac{e^{-2x}}{x^2} + 2cx e^{-2x}$$

نعوض في (1) $\frac{c' e^{-2x}}{x} - c \frac{e^{-2x}}{x^2} + 2cx e^{-2x} = \frac{1}{x}$

$$c' e^{2x} = 1 \Rightarrow c' = e^{-2x} \Rightarrow c = -\frac{1}{2} e^{-2x} + c_1$$

$$z = -\frac{1}{2} x^{-1} + c_1 x^{-1} e^{2x} \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{2x}{c_1 e^{2x} - 1} \rightarrow$$

$$y = x + \frac{2x}{c_1 e^{2x} - 1}$$

(10)

(10)

في الثاني (٤):

$$(x + y e^{\frac{3}{2}x}) dx - x e^{\frac{3}{2}x} dy = 0 \quad ; \quad y(1) = 0$$

ملاحظات: نجري التحويل: $y = xz \Leftrightarrow \frac{y}{x} = z$: مفرقة للمعادلة:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x + y e^{\frac{3}{2}x}}{x e^{\frac{3}{2}x}} = \frac{1 + z e^{\frac{3}{2}x}}{e^{\frac{3}{2}x}} = \frac{1}{e^{\frac{3}{2}x}} + z = z + x z'$$

$$(10) \Rightarrow x \frac{dz}{dx} = \frac{1}{e^z} \Rightarrow e^z dz = \frac{dx}{x} \Rightarrow$$

$$\boxed{\ln x = e^z + C}$$

نفصل بالشروط الخاصة: الحل العام

$$\ln x = e^{\frac{3}{2}x} + C \Rightarrow$$

$$\ln 1 = e^0 + C \Rightarrow 0 = 1 + C \Rightarrow C = -1$$

والحل الخاص:

$$(10) \boxed{\ln x = e^{\frac{3}{2}x} - 1}$$

إجابة السؤال الثالث (٥):

$$y = 3y'^4 + \frac{1}{y'}$$

نجد: $y' = p$

$$y = 3p^4 + \frac{1}{p}$$

نحلولة بالنسبة لـ y ونشتق بقسمة x نجد:

$$y' = p = 12p^3 \frac{dp}{dx} - \frac{1}{p^2} \frac{dp}{dx} \Rightarrow$$

$$(10) \quad p = \left(12p^3 - \frac{1}{p^2}\right) \frac{dp}{dx} \Rightarrow \frac{dp}{dx} = \frac{p^3}{12p^5 - 1}$$

$$dx = \left(12p^2 - \frac{1}{p^3}\right) dp$$

معادلة ذات متغيرات منفصلة للحل العام:

$$x = 4p^3 - \frac{1}{2p^2} + C$$

والحل العام وسيكون حلاً للمعادلة المعطاة:

$$\begin{cases} x = 4p^3 - \frac{1}{2p^2} + C \\ y = 3p^4 + \frac{1}{p} \end{cases}$$

$$(10) \quad \begin{cases} x = 4p^3 - \frac{1}{2p^2} + C \\ y = 3p^4 + \frac{1}{p} \end{cases}$$

سؤال الرابع (٥٠):

المعادلة محلولة بالمتغير x تكتب

$$y' = p$$

$$x = \frac{2yy'}{y'^2 + 1} = \frac{2yp}{p^2 + 1}$$

نشتق بالمشتقة y نجد:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{p} = \frac{(2p + 2y \frac{dp}{dy})(1+p^2) - 4yp^2 \frac{dp}{dy}}{(1+p^2)^2}$$

$$\frac{(1+p^2)(1-p^2)}{p} = 2y(1-p^2) \frac{dp}{dy}$$

نختصر على $1-p^2 \neq 0$ نجد:

(10) $\frac{1+p^2}{p} = 2y \frac{dp}{dy}$

ذات مقولتين منفصلة:

$$\int \frac{2p dp}{1+p^2} = \int \frac{dy}{y} \Rightarrow$$

$$\ln(1+p^2) = \ln y + \ln c \Rightarrow$$

$$1+p^2 = cy \Rightarrow p^2 = cy - 1 \Rightarrow p = \sqrt{cy - 1}$$

$$y' = \sqrt{cy - 1} \Rightarrow \frac{dy}{\sqrt{cy - 1}} = dx$$

بالمعادلة نصل على الحل العام:

$$4cy = c^2 x^2 + 4$$

والإشارة: إذا كان

(10) $y = \pm x \Leftrightarrow p^2 = 1 \Leftrightarrow 1 - p^2 = 0$

وهو يحقق المعادلة ولا يمكن استنتاجه من عبارة الحل العام:

إجابة السؤال الخامس (٥٠):

$$yy'' + y'^2 = y'$$

سندعيها على x فنكتب المقول ونفرض:

$$y' = z \Rightarrow y'' = z \frac{dz}{dy}$$

نعود للمعادلة نجد:

(10) $y p \frac{dp}{dy} + p^2 = p \Rightarrow p [y \frac{dp}{dy} + p - 1] = 0$

إذا كان $p \neq 0$ نجد:

$$y \frac{dp}{dy} + p - 1 = 0 \Rightarrow \frac{dp}{p-1} = -\frac{dy}{y} \Rightarrow p = 1 + \frac{c}{y} = y'$$

(10) $\Rightarrow \frac{y dy}{y+c} = dx \Rightarrow y - c \ln(y+c) = x + c_1$

امتحان مقرر المعادلات التفاضلية (1)

الفصل الدراسي الأول لطلاب السنة الثانية رياضيات

لعام 2013/2014 م.

جامعة الزيتونة

كلية العلوم

قسم الرياضيات

الاسم :

المدة : ساعتان

الدرجة : (100)

المسؤول الأول (40 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين :

1) $xy - 4y = x^2 \sqrt{y}$

2) $\ddot{y} - xy^2 + (2x - 1)y = x - 1$

$y_1 = 1$

المسؤول الثاني (30 درجة) :

1) $(x^2 + x - y)dx + xdy = 0$

2) $x\dot{y} = y + x \sin \frac{y}{x}$ ، $y(1) = \frac{\pi}{2}$

3) $(x^3 + xy)\dot{y} = y^2 - x^4$

(1) بين فيما إذا كانت المعادلة الأولى تامة أم لا ثم أوجد الحل العام لها .

(2) جد الحل الخاص للمعادلة التفاضلية الثانية وفق للشرط المعطى .

(3) أثبت أن المعادلة التفاضلية الثالثة متجانسة في الأبعاد من الدرجة الثانية ثم أوجد الحل العام لها .

المسؤول الثالث (30 درجة) :

1) $x^2\dot{y}^3 - x\dot{y} + y = 0$

2) $y = x\dot{y} - e^{\dot{y}}$

3) $x\ddot{y} + \dot{y} = 2x$

(1) جد الحل العام للمعادلة التفاضلية الأولى وسيطياً .

(2) جد الحل العام للمعادلة التفاضلية الثانية مع ذكر نوعها وحلها الشاذ .

(3) جد الحل العام للمعادلة التفاضلية الثالثة .

حمص 2014/1/27 م.

مع تمنياتي بالنجاح والتوفيق

د. ميسون زين الدين

١٣

السؤال الثاني (١٠ نقاط)

١) $y' - 4y = x^2 \sqrt{y}$ مع الشرط $y(0) = 1$

$$y' - \frac{4}{2}y = x \sqrt{y} \Rightarrow \frac{y'}{\sqrt{y}} - \frac{4}{2} \sqrt{y} = x \quad (1)$$

نضع $z = \sqrt{y} \Rightarrow y = z^2 \Rightarrow y' = 2z z'$

$$2z z' - \frac{4}{2}z = x \Rightarrow z' - \frac{2}{z}z = \frac{x}{2} \quad (2)$$

$$z' - \frac{2}{z}z = 0 \Rightarrow \frac{dz}{z} = \frac{2dx}{x} \Rightarrow \ln z = \ln x^2 \Rightarrow z = Cx^2 \quad (3)$$

٢٠

نستقر بافتراض C دالة في x

$$C'x^2 + 2Cx - 2Cx = \frac{x}{2} \Rightarrow C' = \frac{1}{2x}$$

$$C = \frac{1}{2} \ln x + C_1 \Rightarrow z = x^2 \left(\frac{1}{2} \ln x + C_1 \right) \Rightarrow \sqrt{y} = \dots$$

$$\Rightarrow y = x^4 \left(\frac{1}{2} \ln x + C_1 \right)^2$$

٢) $y' - xy^2 + (2x-1)y = x-1$ مع $y_1 = 1$

نضع $y = 1 + z$

$$y' = z' \Rightarrow z' - x(1+z)^2 + (2x-1)(1+z) = x-1$$

$$\Rightarrow z' - x(1 + \frac{2z}{2} + \frac{z^2}{2}) + 2x + \frac{2z}{2} - 1 - \frac{1}{2} = x-1$$

$$z' - xz^2 - 2xz - \frac{x}{2} + 2x + z - \frac{1}{2} = x-1$$

$$z' + z = -x \quad (4)$$

٢٠

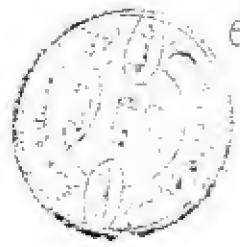
نضع $u = e^{\int -x dx} = e^{-x/2}$

$$d(e^{x/2} z) = -x e^{x/2} dx$$

$$e^{x/2} z = (1-x) e^{x/2} + C \Rightarrow z = 1-x + C e^{-x/2}$$

$$y = 1 + z = 1 + 1 - x + C e^{-x/2} = 2 - x + C e^{-x/2}$$

المعادلة التفاضلية



$$1) (x^2 + x - y) dx + x dy = c$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -1, \frac{\partial Q}{\partial x} = +1 \quad \frac{\partial P}{\partial y} \neq \frac{\partial Q}{\partial x}$$

المعادلة ليست تامة لتوجد عامل التكامل

$$\frac{dI_{\text{مطلوب}}}{dx} = \frac{\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}}{Q} = \frac{-2}{x} \Rightarrow dI_{\text{مطلوب}} = -2 \frac{dx}{x} \Rightarrow I_{\text{مطلوب}} = -2 \ln x$$

$$\Rightarrow [x - x^{-2}]$$

16

نضرب كلا طرفي المعادلة بـ x^2

$$(1 + \frac{1}{x} + \frac{y}{x^2}) dx + \frac{1}{x} dy = 0 \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} = -\frac{1}{x^2}$$

لتوجد لكل x : $x_0 = 1, y_0 = 0$ بالعقار 0

$$F(x, y) = \int_1^x (1 + \frac{1}{t} + \frac{y}{t^2}) dt + \int_0^y \frac{1}{x} dy = [x + \ln x + \frac{y}{x}]_1^x + y \Big|_0^y$$

$$= x + \ln x + \frac{y}{x} - 1 - \ln 1 - \frac{y}{1} + y = x + \ln x + \frac{y}{x} - 1$$

$$\Rightarrow [F = x + \ln x + \frac{y}{x} = c]$$

$$2) x y' = y + x \sin \frac{y}{x} \quad ; \quad y(1) = \frac{\pi}{2}$$

نقسم كلا طرفي المعادلة بـ x^2

$$y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$$

نضع $\frac{y}{x} = z \Rightarrow y = xz \Rightarrow \frac{dy}{dx} = z + x \frac{dz}{dx}$

$$z + x z' = z + \sin z \Rightarrow x z' = \sin z \Rightarrow \frac{dz}{\sin z} = \frac{dx}{x}$$

$$\ln |\tan \frac{z}{2}| = \ln |x| + \ln c$$

بتركيب للدالة التريغونومية : $\tan \frac{z}{2} = c x \Rightarrow z = 2 \arctan c x$

النتيجة : $\Rightarrow \frac{y}{x} = 2 \arctan c x \Rightarrow [y = 2x \arctan c x]$

باستخدام الشرط المعطى نوجد c الخاص

$$\frac{\pi}{2} = 2 \arctan c \Rightarrow c = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

$$[y = 2x \arctan x]$$

والحل الخاص :



3) $(x^3 + xy)y' = y^2 - x^4$ نريد أن نجعلها في صورة $y' = P(x, y)$ ونفرض $y = vx$ ونجد v

ولتجربا: لنفرض $y = vx$ ونجد v نريد أن نجعلها في صورة $y' = P(x, y)$ ونفرض $y = vx$ ونجد v

$$n + \lambda = 2n = 4 \Rightarrow n = 2$$

والمعادلة المعطاة تتحول إلى $y' = 2x + x^2 u'$ نريد أن نجعلها في صورة $y' = P(x, y)$ ونفرض $y = vx$ ونجد v

$$y' = 2xu + x^2 u' \Rightarrow y = x^2 u$$

$$x^3(2xu + x^2 u') + x(x^2 u)(2xu + x^2 u') =$$

$$= (x^4 u^2 - x^4)$$

(10)

نقلنا القواسم ونختصر على x^4 :

$$2u + xu' + 2u^2 + xu u' = u^2 - 1$$

$$xu(u+1)u' + 2u(u+1) = (u+1)(u-1)$$

$$xu u' + 2u = u - 1 \Rightarrow xu u' = -(1+u)$$

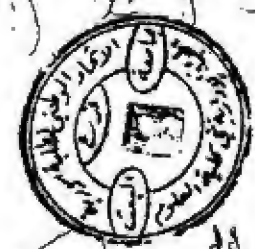
$$\frac{du}{1+u} = -\frac{dx}{x} \Rightarrow \ln(1+u) = -\ln x + \ln c$$

$$\Rightarrow \ln(1+u) = \frac{c}{x} \Rightarrow u = \frac{c}{x} - 1 \Rightarrow \frac{y}{x^2} = \frac{c}{x} - 1$$

$$\Rightarrow y = cx - x^2$$

جواب السؤال الثالث (30):

1) $x^2 y'' - xy' + y = 0$



(10)

$$y = xp - x^2 p^2$$

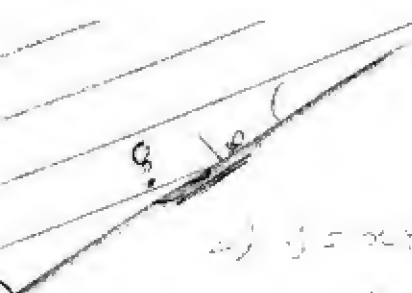
$$\frac{dy}{dx} = p = p + x \frac{dp}{dx} - 2xp \frac{dp}{dx}$$

$$\Rightarrow 2p^3 = (1 - 3xp^2) \frac{dp}{dx}$$

$$\frac{dx}{dp} + \frac{3}{2p} x = \frac{1}{2p^3}$$

$$x = -\frac{1}{2p^2} + \frac{c}{p^{\frac{3}{2}}}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2p^2} + \frac{c}{p^{\frac{3}{2}}} \\ y = c p^{\frac{1}{2}} - p^{-\frac{1}{2}} \end{cases}$$



المسألة الثانية

$$y = xy' - e^{y^2}$$

$$y = xp - e^{p^2}$$

$$y = cx - e^{c^2}$$

نقوم بالكلية بـ $y = p$
 نضع $x = p$ في المعادلة

$$dy = p dx = p dx + x dp - e^{p^2} dp$$

$$\Rightarrow x dp - e^{p^2} dp = 0 \Rightarrow (x - e^{p^2}) dp = 0$$

إما $dp = 0 \Rightarrow p = c$ كما رأينا سابقاً
 أو $x = e^{p^2}$ مع التعويض بالمتغير p
 نحصل على المعادلة المستطوية $\begin{cases} x = e^{p^2} \\ y = e^{p^2}(p-1) \end{cases}$ وهي الحل العام

حيث p يتغير عند $x = e^{p^2}$ نوعاً جيداً في $y = x(p-1)$

$$3) xy'' + y' = 2x$$

نضع $y' = p$ نجد

$$p' + \frac{1}{x} p = 2$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{dx}{x} \Rightarrow \ln p = -\ln x + \ln c$$

$$\ln p = -\ln x + \ln c \Rightarrow p = \frac{c}{x}$$

خطية غير متجانسة

$$p' + \frac{1}{x} p = 2 \Rightarrow c'x^{-1} + c x^{-2} = 2 \Rightarrow c' = 2x \Rightarrow c = x^2 + c_1$$

$$p = x + c_1 x^{-1} \Rightarrow y' = x + c_1 x^{-1} \Rightarrow y = \frac{x^2}{2} + c_1 \ln x + c_2$$

10

